Hola, Luis.

Entiendo lo que me dices en rojo pero sí estoy usando de forma implícita que $p > 2$.

Después te lo explico.

Que el desarrollo en serie de $\dfrac{\ln\left(m^2+1\right)}{2}$ se pueda escribir de dos formas distintas no significa que no se pueda escribir en la forma $\ln(1+q)$.

Cuando hablo de igualar término a término es para intentar ver si se puede escribir de esa otra forma, que es la que me garantiza que es el logaritmo neperiano de un número racional. Por cierto tú ves dos series de dos expresiones distintas:

$\dfrac{\ln\left(m^p+1\right)}{p}$ y $\ln\left(1+q\right)$

La primera tiene su desarrollo en serie, por lo menos, de una forma. Veamos cómo obtenerlo de dos formas. Lo entenderás mejor con el siguiente ejemplo:

$$\frac{\ln\left(0.5^3+1\right)}{3}=\frac{\ln\left(1.125\right)}{3}=\frac{\displaystyle\sum_{j=1}^{\infty}\left(-1\right)^{j-1}\frac{0.125^j}{j}}{3}$$

$$\frac{\ln\left(1.125\right)}{3}=\ln\left(1.125\right)^{\frac{1}{3}}=\ln\left(\sqrt[3]{1.125}\right)=\ln\left(1+\sqrt[3]{1.125}-1\right)=\sum_{j=1}^{\infty}\left(-1\right)^{j-1}\frac{\left(\sqrt[3]{1.125}-1\right)^j}{j}$$

Las dos series representan el mismo número pero la primera es una serie de números racionales y la segunda es una serie de números irracionales.

Resumiendo: $\dfrac{\ln\left(m^p+1\right)}{p}$ tiene al menos un desarrollo en serie de números racionales si $m\in(0,1)$ es racional y $p>2$ (y otro de números irracionales).

$\ln\left(1+q\right)$ tiene su desarrollo en serie de números racionales si $q\in(0,1)$ es racional.

Pero si algo tienen en común es que serían dos series de números racionales. Si $\dfrac{\ln\left(m^p+1\right)}{p}$ fuese el logaritmo de un número racional, debería poder llegar a tener el desarrollo de $\ln\left(1+q\right)$ (aparte de otro desarrollo equivalente). Donde tú ves desarrollos en serie distintos yo veo desarrollo en serie de números racionales y que una expresión se pueda escribir como **dos desarrollos distintos** no significa que no valga el que me interesa.

¿Dónde uso el hecho que $p>2$?

Pues en que m^p+1 no es una potencia de exponente p de una expresión racional si $p>2$. Es decir que, a nivel de funciones, no existe una función racional, $m=m\left(a\right)$ que permita que m^p+1 sea una potencia p-ésima de una función racional de variable racional, con lo que, al menos, la simplificación de $\dfrac{\ln\left(m^p+1\right)}{p}$ que hicimos en el caso $p=2$ no se puede hacer.

De todas formas, si no te convence lo que escribo, no pasa nada. Es posible que no tenga toda la razón.

Gracias por tu interés
Jesús Álvarez